北都保健福祉専門学校　入学試験問題　　数学Ⅰ

令和　5年12月21日　実施

受験番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問１　解を求めよ。　　各5点×4

1）　$3x^2-4=4x$

$$3x^2-4x-4=0$$
$$(x-2)(3x+2)=0$$
$$\therefore x=2\,,-\frac{2}{3}$$

2）　$x^2+5x+5=0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{25-20}}{2}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$$

3）　$-x^2+2x+3<0$

$$x^2-2x-3>0$$
$$(x-3)(x+1)>0$$
$$\therefore x<-1\,,x>3$$

4）　$\begin{cases}4x+3y=5\\ x-2y=4\end{cases}$

$$\begin{cases}4x+3y=5\cdot\cdot\cdot①\\ x-2y=4\ \cdot\cdot\cdot②\end{cases}$$

①－②×4

$$\begin{array}{rr} & 4x+3y=5\\ -) & 4x-8y=16\\ \hline & 11y=-11\\ & y=-1\end{array}$$

②に代入

$$x+2=4$$
$$x=2$$
$$\therefore (x\,,y)=(2\,,-1)$$

問2　分数で答えなさい　　各5点×2

1）　$\mathbf{1.\dot{2}\dot{7} - 0.\dot{3}\dot{7}}$

$\boldsymbol{A = 1.\dot{2}\dot{7}}$とおく　　　$\boldsymbol{B = 0.\dot{3}\dot{7}}$とおく

$$\begin{array}{rl} 100A &= 127.\dot{2}\dot{7} \\ -)\quad A &= 1.\dot{2}\dot{7} \\ \hline 99A &= 126 \\ A &= \dfrac{126}{99} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 100B &= 37.\dot{3}\dot{7} \\ -)\quad B &= 0.\dot{3}\dot{7} \\ \hline 99B &= 37 \\ B &= \dfrac{37}{99} \end{array}$$

$$1.\dot{2}\dot{7} - 0.\dot{3}\dot{7} = \frac{126}{99} - \frac{37}{99} = \frac{89}{99}$$

2）

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} - \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

問 3　次の二次関数について各設問に答えよ。　各10点×3

1）　3点（−1,4）、（0,7）、（1,14）を通る二次関数を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$ とおく

$4=a-b+c$ ・・・①
$7=c$ ・・・②
$14=a+b+c$ ・・・③

②を①、③に代入

$4=a-b+7$ ・・・④
$14=a+b+7$ ・・・⑤

④、⑤より
$-10=-2b$
$b=5$
$a=2$
$\therefore y=2x^2+5x+7$

2）　この関数で $-2 \leqq x \leqq 2$ のときの y の最小値と最大値を求めよ。

$$y=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-2\times\left(\frac{5}{4}\right)^2+7$$
$$=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{56-25}{8}$$
$$=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{31}{8}$$

$\therefore x=-\frac{5}{4}$ のとき最小値 $\frac{31}{8}$
$x=2$ のとき最大値 25

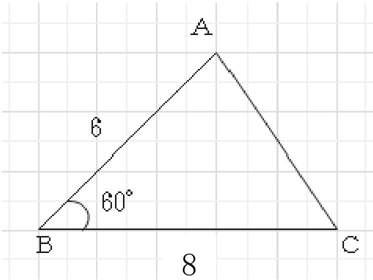
3）　この関数で x 軸に $+1$、y 軸に -1 平行移動した時の二次関数を求めよ。

$$y=2\left(x+\frac{5}{4}-1\right)^2+\frac{31}{8}-1$$
$$=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}$$

問 4　三角形において次の問に答えよ。　各10点×3

辺AB＝6cm、辺BC＝8cm、∠ABC＝60°　のとき

1）　この三角形の面積を求めよ。



$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$$
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 12\sqrt{3}\,cm^2$$

2）　辺ACを求めよ。

$$AC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$
$$= 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$
$$= 36 + 64 - 48$$
$$= 52$$

$AC > 0$より

$$AC = 2\sqrt{13}\,cm$$

3）　この三角形の外接円の半径を求めよ。

$$2R = \frac{AC}{sin60^\circ} = \frac{2\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$$
$$R = \frac{2\sqrt{39}}{3}\,cm$$

問 5　整数 n の平方 n^2 が偶数なら、n は偶数であることを対偶を用いて証明せよ。　10点

命題の対偶は

nが奇数ならn^2は奇数

奇数を$2n+1$とおく（nは整数）

その2乗は

$$(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n+2) + 1$$

$2n+2$は整数なので

2乗した数は奇数である。

対偶が真なら命題は真である。